



A: XXXIX-0000

## MÉTODO DA BUSCA HARMÔNICA APLICADO NA OTIMIZAÇÃO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO

### HARMONY SEARCH METHOD APPLIED TO STEEL-CONCRETE COMPOSITE BEAMS OPTIMIZATION

Fernando L. Tres Junior (P) (1); Moacir Kripka (2); Guilherme F. Medeiros (3)

(1) Mestrando, Universidade de Passo Fundo, Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Passo Fundo, Brasil.

(2) Dr. Prof., Universidade de Passo Fundo, Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Passo Fundo, Brasil.

(3) Dr. Prof., Universidade de Passo Fundo, Faculdade de Engenharia e Arquitetura, Passo Fundo, Brasil.

Endereço para correspondência: 161547@upf.br; (P) Apresentador

**Área temática:** Métodos Computacionais.

#### Resumo

Estruturas mistas de aço-concreto podem ser uma solução viável em diferentes tipos de projeto, reduzindo custos e impactos ambientais a partir da combinação das características positivas de cada material. Devido ao processo de dimensionamento exigir um grande dispêndio de tempo, os projetistas podem aplicar técnicas de otimização estrutural como uma ferramenta de auxílio para encontrar soluções ótimas para o problema. Nesse contexto, o trabalho mostra a implementação de um programa de otimização de vigas mistas de aço-concreto, com objetivo de minimizar o custo da estrutura. O algoritmo utilizado foi o da Busca Harmônica, uma metaheurística inspirada na improvisação musical do jazz. A viga é composta por uma laje maciça de concreto e um perfil I soldado de aço, unidos mecanicamente por conectores de cisalhamento do tipo *stud bolt*. As dimensões do perfil e o grau de interação são as variáveis de projeto do problema. Para serem consideradas factíveis, as soluções devem atender às restrições de dimensionamento das normas ABNT NBR 8800 (2008) e da ABNT NBR 5884 (2013). O programa é validado a partir da comparação de seus resultados com uma solução obtida pelo dimensionamento convencional, onde se obteve uma redução de 24% no custo da viga mista. Considerando diferentes casos de vãos, o valor da relação ótima do vão e a altura do perfil é de  $L/d = 21$ .

*Palavras-chave:* Busca Harmônica. Custo. Otimização. Programa. Viga mista.

#### Abstract

Steel-concrete composite structures can be a viable solution in different types of projects, reducing costs and environmental impacts from the combination of the positive characteristics of each material. Due to the sizing process being time consuming, designers can apply structural optimization as an aid tool to find optimal solutions to the problem. In this context, this paper shows the implementation of an optimization software for steel-concrete composite beams, in order to minimize the cost of the structure. The algorithm used was the Harmony Search, a metaheuristic inspired by jazz musical improvisation. The beam consists of a concrete slab and a welded steel I-profile, mechanically united by stud bolt type shear connectors. The dimensions of the profile and the interaction rate are the design variables of the problem. For the solutions to be considered feasible, they must meet the design restrictions of ABNT NBR 8800 (2008) and ABNT NBR 5884 (2013) standards. The software is validated by comparing its results with a solution obtained by conventional sizing, where a 24% reduction in the cost of the composite beam was obtained. Considering different cases of spans, the value of the optimal rate between the span and the profile height is  $L/d = 21$ .

*Keywords:* Composite beam. Cost. Harmony Search. Optimization. Software.



## 1. INTRODUÇÃO

As vigas mistas de aço e concreto são elementos estruturais que unem mecanicamente uma laje de concreto e um componente de aço (que pode ser um perfil de alma cheia ou uma treliça), de forma que ambos trabalham de forma conjunta para resistir à solicitação de momento fletor (Fakury *et al.*, 2016). O sistema estrutural foi concebido de modo a tirar vantagens próprias de cada material, formando um conjunto de alta eficiência (Gupta e Sharma, 2015). Dessa maneira, as vigas mistas podem ser alternativas viáveis economicamente, visto que as soluções costumam ser mais leves e de menor altura (Fakury *et al.*, 2016).

A fase de projeto dessas estruturas apresenta grande influência na viabilidade das vigas mistas, onde o dimensionamento deve ser realizado buscando tirar proveito das vantagens desse sistema. Porém, o método convencional de dimensionamento consiste em um processo iterativo de tentativa e erro, que é altamente influenciado pelo pré-dimensionamento utilizado de partida e pelas experiências prévias do projetista.

Nessa situação, os engenheiros podem aplicar técnicas de otimização estrutural, que atuam como ferramentas para auxílio na tomada de decisões, a partir de um algoritmo de busca sistemática. Por se tratar de um método mais rápido, racional e eficiente do que o dimensionamento convencional, é possível encontrar soluções ótimas com um melhor aproveitamento dos materiais. Existem diversos métodos para a resolução desses problemas de otimização, e dentre eles, a Busca Harmônica é uma metaheurística que converge para resultados ótimos com menos avaliações da função objetivo, se comparado aos demais.

Este trabalho mostra o desenvolvimento de um programa para a otimização de vigas mistas de aço e concreto, empregando o método da Busca Harmônica e escrito na linguagem de programação Python. A rotina de verificação foi desenvolvida de modo a atender as recomendações normativas da ABNT NBR 8800 (2008) e da ABNT NBR 5884 (2013). Como variáveis, foram consideradas as dimensões do perfil I soldado de aço e o grau de interação da viga mista. Para validar o programa, os resultados obtidos pela otimização são comparados a uma seção de referência, dimensionada convencionalmente. Além disso, a viga mista é otimizada considerando diferentes casos de vão a serem vencidos.

## 2. METODOLOGIA

### 2.1. Método da Busca Harmônica

Diferentes métodos podem ser aplicados na resolução de problemas de otimização, podendo consistir em algoritmos determinísticos ou probabilísticos. Os primeiros, embora sejam exatos e extremamente rápidos, envolvem o cálculo de derivadas e por isso necessitam que as funções envolvidas sejam contínuas e convexas. Os últimos, por sua vez, consistem em métodos heurísticos que fazem referência à processos da natureza, e dispensam o cálculo de derivadas, com a desvantagem de exigir um maior número de avaliações da função objetivo.

Os métodos heurísticos apresentam um bom desempenho em problemas com funções descontínuas, não convexas, não lineares e com diversos pontos de mínimo ou máximo locais. Tais características são comuns nas funções envolvidas na engenharia estrutural, e por isso os algoritmos heurísticos apresentam vasta aplicação no dimensionamento otimizado de elementos estruturais. Dentre os métodos mais populares, vale citar os algoritmos genéticos, o recozimento simulado, colônia de abelhas, colônia de formigas, enxame de partículas e a busca harmônica.



A Busca Harmônica (*Harmony Search* – HS) é um algoritmo meta-heurístico inspirado na improvisação musical do jazz, proposto inicialmente por Geem, Kim e Loganathan (2001). O método é baseado na memorização e improvisação, através de tentativas repetidas. Na analogia, os músicos buscam a harmonia perfeita (ótimo global), através da improvisação de novas combinações entre as notas de cada instrumento (variáveis do problema). Ao longo do processo, as melhores harmonias (soluções) são armazenadas na memória, enquanto as piores vão sendo descartadas.

De forma genérica, o funcionamento da HS pode ser descrito em 5 etapas básicas. A primeira consiste na inicialização do problema, das restrições e dos parâmetros internos do método. A segunda é a inicialização da memória harmônica (*HM*), a partir de um conjunto de soluções iniciais. Após isso, na terceira etapa é executada a improvisação de novas harmonias, que poder ser feita considerando a *HM*, realizando um ajuste fino na *HM* ou por uma geração aleatória. Caso a nova harmonia seja melhor que a pior solução armazenada na memória harmônica, é feita uma atualização na *HM*, que consiste na quarta etapa do método. Por fim, a quinta etapa é a verificação do critério de parada, que pode ser um número máximo de improvisações. O algoritmo repete as etapas 3, 4 e 5 até que esse critério de parada seja atendido, e é retornada a solução ótima para o problema.

Desde sua publicação, foram propostas diversas modificações que buscam melhorar o desempenho do algoritmo, como as reunidas por Zhang e Geem (2019). Uma das que mais ganhou destaque foi a publicação de Mahdavi, Fesanghary e Damangir (2007), chamada Busca Harmônica Melhorada (*Improved Harmony Search* – IHS). Nela, os autores propõem uma variação dinâmica dos parâmetros *PAR* (taxa de ajuste do passo) e *bw* (tamanho do passo), que respectivamente cresce linearmente e decresce exponencialmente. A HS e suas melhorias foram aplicadas na otimização de estruturas mistas de aço-concreto, que validam a sua eficiência, como mostram os trabalhos de Kaveh e Abadi (2010), Kaveh e Ahangaran (2012), Korouzhdeh e Eskandari-Naddaf (2018), Tormen et al. (2020) e Cakiroglu et al. (2021).

## 2.2. Formulação do problema de otimização e implementação

O problema proposto neste trabalho consiste na minimização do custo de uma viga mista biapoiada, considerando o custo do perfil de aço e do concreto da laje. O componente de aço é um perfil I de alma cheia, com uma laje de concreto armada unida mecanicamente por conectores do tipo *stud bolt*. O aço considerado para o perfil é o ASTM A-572 grau 50, com 350 MPa de resistência e módulo de elasticidade de 200 GPa, enquanto o concreto possui resistência de 25 MPa. Para os conectores, foi considerado um aço com resistência à tração de 41,5 kN/cm<sup>2</sup>, com um diâmetro nominal de 19mm.

A viga mista é secundária, pertencente ao piso de um depósito de edifício comercial. A distância entre o eixo da viga analisada e do eixo das adjacentes é de 2,5 m, desconsiderando travamentos laterais. Diferentes casos de vãos a serem vencidos foram avaliados. Também se considerou a construção não-escorada e sem forma de aço incorporada. Se utilizou uma laje maciça com espessura de 12 cm, usual para estruturas mistas.

As ações permanentes atuantes na estrutura, antes de depois da cura do concreto, consideram os pesos próprios da laje e do perfil de aço, além de uma carga referente ao peso dos conectores de cisalhamento, no valor de 0,5 kN/m<sup>2</sup>. As ações variáveis, por sua vez, consistem em uma sobrecarga de construção no valor de 1,0 kN/m<sup>2</sup>, e uma sobrecarga final de 1,5 kN/m<sup>2</sup>.



Visando minimizar o custo da viga ( $C_T$ ), a função objetivo do problema de otimização é calculada a partir da soma dos custos do concreto e aço, conforme mostra a equação 1. Nela,  $V_C$  é o volume de concreto consumido em  $m^3$ ,  $C_C$  é o custo unitário do concreto em  $R\$/m^3$ ,  $M_A$  é a massa de aço consumida em kg e  $C_A$  é o custo unitário do aço em  $R\$/kg$ . Os valores adotados para  $C_C$  e  $C_A$  foram  $365,00 R\$/m^3$  e  $6,80 R\$/kg$ , respectivamente.

$$\text{minimizar } f_1(x) = C_T = V_C \cdot C_C + M_A \cdot C_A \quad (1)$$

Como variáveis ( $x_i$ ), foram consideradas as dimensões do perfil soldado de aço e o grau de interação da viga mista ( $\alpha$ ), conforme ilustra a Figura 2. Na ilustração,  $x_1$  é a altura interna da alma ( $h_w$ );  $x_2$  é a espessura da alma ( $t_w$ );  $x_3$  é a largura da mesa superior ( $b_{fs}$ );  $x_4$  é a espessura da mesa superior ( $t_{fs}$ );  $x_5$  é a largura da mesa inferior ( $b_{fi}$ );  $x_6$  é a espessura da mesa inferior ( $t_{fi}$ ); e  $x_7$  é o grau de interação da viga mista.

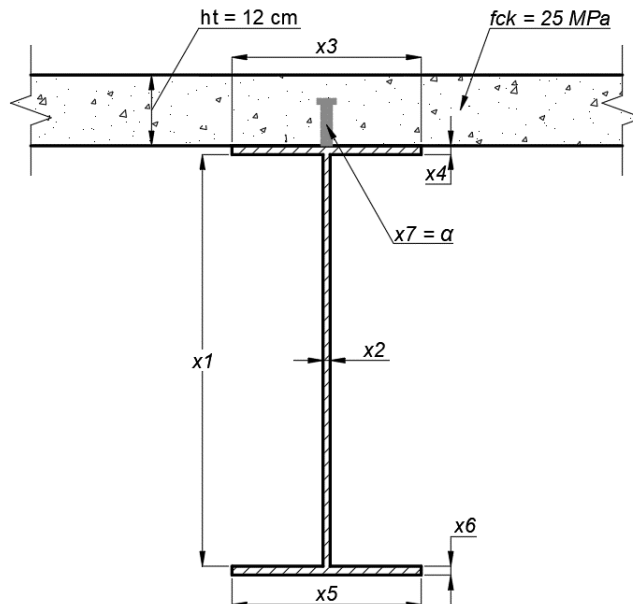


Figura 2. Variáveis do problema de otimização

As variáveis foram tratadas como discretas, que podem assumir valores dentro de um intervalo, mostrado nas equações 2, 3, 4 e 5. Dessa forma, são delimitadas as restrições laterais do problema, que visam atender as dimensões mínimas e máximas do perfil de aço, bem como o padrão de fabricação de metalúrgicas.

$$x_1 \in [150; 160; \dots; 1990; 2000], \text{ em mm} \quad (2)$$

$$x_3, x_5 \in [100; 110; \dots; 1990; 2000], \text{ em mm} \quad (3)$$

$$x_2, x_4, x_6 \in [4,75; 6,35; 8,0; 9,5; 12,5; 16,0; 19,0; 22,4; 25,0; 28,5; 31,5; 37,5; 44,5; 50,0], \text{ em mm} \quad (4)$$

$$x_7 \in [0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0] \quad (5)$$

Para garantir que as soluções apresentem um desempenho estrutural adequado e sejam factíveis, foram impostas restrições de desigualdade ao problema de otimização. As equações contidas na tabela 1 representam essas restrições na forma normalizada, e se referem aos estados-





limite último e de serviço, bem como restrições construtivas e de fabricação. Caso a solução não atenda a alguma das restrições, ela será penalizada, na forma de um acréscimo ao valor de sua função objetivo, tornando a solução menos interessante ao algoritmo de otimização.

Tabela 1. Restrições de desigualdade do problema de otimização.

$g_1 = 1 - \frac{V_{Rd}}{V_{Sd}} \leq 0$	$g_6 = 1 - \frac{d}{1,5b_{fi}} \leq 0$
$g_2 = 1 - \frac{M_{Rd,AC}}{M_{Sd,AC}} \leq 0$	$g_7 = 1 - \frac{t_f}{t_w} \leq 0$
$g_3 = 1 - \frac{M_{Rd,DC}}{M_{Sd,DC}} \leq 0$	$g_8 = 1 - \frac{\alpha}{\alpha_{\min}} \leq 0$
$g_4 = 1 - \frac{\delta_{adm}}{\delta_{\max}} \leq 0$	$g_9 = 1 - \frac{\alpha_y}{1/9} \leq 0$
$g_5 = 1 - \frac{5,70\sqrt{E_S/f_y}}{h_w/t_w} \leq 0$	$g_{10} = 1 - \frac{9}{\alpha_y} \leq 0$

As três primeiras restrições, representadas por  $g_1$ ,  $g_2$  e  $g_3$ , correspondem às verificações do estado limite de serviço para vigas mistas da ABNT NBR 8800 (2008), em que são comparados os esforços solicitantes cortante ( $V_{Sd}$ ) e de momento fletor antes e depois da cura ( $M_{Sd,AC}$  e  $M_{Sd,DC}$ ) com as capacidades resistente da viga ( $V_{Rd}$ ,  $M_{Rd,AC}$  e  $M_{Rd,DC}$ ). Na restrição 4, é verificado o estado limite de serviço, comparando o deslocamento admissível ( $\delta_{adm}$ ), considerado como 1/350 do vão da viga, com o máximo deslocamento ( $\delta_{\max}$ ). A restrição 5 visa garantir que as vigas não possuam alma esbelta. Como restrição de fabricação do perfil soldado, conforme recomenda a ABNT NBR 5884 (2013), foi implementada a restrições 6. O grau de interação mínimo ( $\alpha_{\min}$ ) para garantir o funcionamento da viga como mista é verificado conforme a equação restrição 8. Por fim, as restrições 9 e 10 visam garantir o comportamento da viga quando à instabilidade lateral com torção (FLT), a partir da verificação da relação entre os momentos de inércia da mesa comprimida e tracionada que passam pelo plano médio da alma ( $\alpha_y$ ).

A implementação do problema foi feita a partir do desenvolvimento de um programa, escrito na linguagem Python. A rotina de verificação de vigas mistas foi validada com os resultados da planilha de dimensionamento disponibilizada pelo Centro Brasileiro da Construção em Aço (CBCA), desenvolvido por Sousa Jr. (2008). Para resolver o problema de otimização, foi implementado o algoritmo da IHS, considerando os seguintes valores para os parâmetros internos do método:  $HMS = 5$ ;  $HMCR = 0,95$ ;  $PAR_{\min} = 0,5$ ;  $PAR_{\max} = 0,9$ ;  $bw_{\min} = 1$ ;  $bw_{\max} = 3$ ; Número máximo de improvisações = 20000.

### 3. ANÁLISE DE RESULTADOS

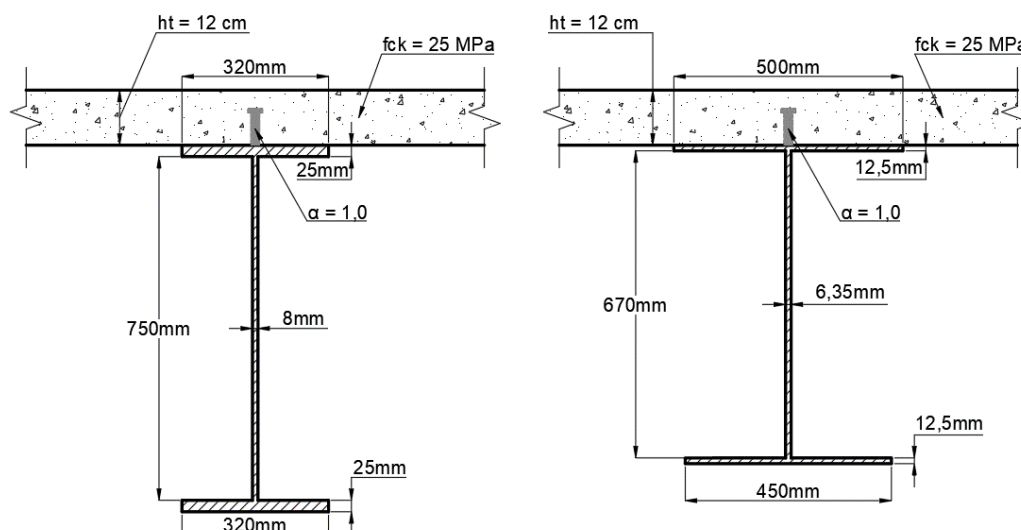
Após a implementação do problema de otimização, a primeira aplicação numérica foi em uma viga mista com um vão total de 17,5 metros, seguindo as características descritas no item anterior. Um dimensionamento manual foi efetuado e, considerando uma iteração total para a viga



mista, se chegou a um perfil soldado comercial da série VS 800x173, utilizada como referência para a validação dos resultados da otimização. Essa solução apresenta um custo de R\$ 1283,86 por metro da viga, o que representa um custo total de R\$ 22.467,55.

O programa desenvolvido foi executado 15 vezes, sendo adotada a melhor de todas as soluções. Como resultado, a solução ótima apresentou um custo de R\$ 970,49 por metro da viga, ou R\$ 16.983,62 para toda a viga. Dessa forma, foi possível atingir uma redução de aproximadamente 24% no valor da estrutura, em comparação ao dimensionamento convencional. Com base nesse resultado, é possível atestar a aplicabilidade do programa desenvolvido, bem como afirmar a eficiência da aplicação do método da Busca Harmônica na otimização de vigas mistas.

Na Figura 3, estão apresentados os valores das variáveis da solução de referência e da solução ótima, comparando também os custos de cada estrutura. Ambas as soluções atendem às verificações de dimensionamento e, portanto, são factíveis. Porém, a solução ótima obtida apresenta um aproveitamento melhor da resistência do perfil, especialmente quanto ao momento fletor antes da cura do concreto e aos deslocamentos da estrutura.



### Solução de Referência

VS 800x173

Custo por metro: R\$ 1283,96

### Solução Ótima

Custo por metro: R\$ 970,49

Figura 3. Comparação entre a seção de referência e a seção ótima

A otimização também foi efetuada considerando diferentes casos de vãos, variando a cada 2,5 metros. Os resultados são apresentados na Tabela 2. É possível notar uma tendência de utilização de espessuras mínimas para a alma do perfil, aumentando tal dimensão apenas após o vão de 15 metros. As espessuras das mesas superior e inferior ( $t_{fs}$  e  $t_{fi}$ ) se mantiveram iguais para cada vão, na medida que a largura da mesa inferior ( $b_{fi}$ ) apresentou uma dimensão maior do que a da mesa superior ( $b_{fs}$ ). Isso ocorre até o vão de 15 metros, onde  $b_{fs}$  e  $b_{fi}$  assumem valores iguais. Já para o vão de 17,5 metros, o comportamento se inverte, e  $b_{fs}$  apresenta uma dimensão maior do que a de  $b_{fi}$ . Para esse mesmo vão, também é possível verificar uma redução na altura da alma ( $h_w$ ) do perfil em relação ao vão anterior de 15 metros, e que vinha crescendo em conjunto com o vão. Isso pode indicar uma tentativa de redução da esbelteza da alma do perfil e melhorar o desempenho



do elemento quanto à instabilidade lateral da alma, antes da cura do concreto, visto que essa é a restrição ativa do problema.

Tabela 2. Resultados ótimos considerando diferentes vãos.

Vão (m)	$h_w$ (mm)	$t_w$ (mm)	$b_{fs}$ (mm)	$t_{fs}$ (mm)	$b_{fi}$ (mm)	$t_{fi}$ (mm)	$\alpha$	Custo (R\$/m)	L/d
5	240	4,75	180	4,75	160	4,75	0,6	201,81	20,04
7,5	350	4,75	240	6,35	230	6,35	0,7	329,09	20,68
10	520	4,75	300	8	270	8	0,8	484,76	18,66
12,5	540	4,75	380	9,5	330	9,5	1	606,47	22,36
15	730	6,35	420	9,5	420	9,5	1	782,92	20,03
17,5	670	6,35	500	12,5	450	12,5	1	970,49	25,18

Ainda na Tabela 2, são mostradas as diferentes razões entre o vão e a altura total do perfil (L/d). A relação ótima encontrada está próxima de 20, não sendo possível identificar uma tendência com a alteração do vão da viga. A média dessa relação é de 21,16, e o valor mais destoante é o de 25,18, para o maior vão analisado. Tal resultado é consistente com os valores usuais para o pré-dimensionamento de vigas de aço para pisos, que se situam entre Vão/20 a Vão/25 (Pravia, Ficanha e Fabeane, 2013). Quanto ao grau de interação, os resultados apontam uma tendência de aumento em seu valor na medida em que o vão cresce, com a interação completa se tornando a melhor opção em vãos a partir de 12,5 metros.

#### 4. CONCLUSÕES

Tendo como base os resultados apresentados, se conclui que o programa desenvolvido é capaz de obter soluções ótimas de vigas mistas de aço e concreto com custos menores em comparação ao dimensionamento convencional e manual. A partir de sua aplicação, foi possível reduzir em aproximadamente 24% os custos da estrutura, com um vão de 17,5 metros. Assim, o programa tem sua aplicabilidade e eficiência atestadas, bem como o método de otimização da Busca Harmônica Melhorada. A partir da otimização das vigas mistas considerando diferentes vãos, foi possível identificar uma relação ótima entre o vão e a altura do perfil de aço, com valor médio bastante próximo a 20, dentro do intervalo usual para o pré-dimensionamento de vigas de aço. Para a estrutura analisada, a utilização de interação completa se torna interessante economicamente em vãos maiores do que 12,5 metros, enquanto a interação parcial é mais interessante em vãos menores. Por fim, diversas implementações podem ser feitas no futuro, como considerar o dimensionamento da laje de concreto no problema de otimização, incluir a resistência do concreto e a espessura da laje como variáveis, e verificar a influência da consideração de travamentos laterais para as vigas.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem pelo apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) ao primeiro autor, e pelo apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) ao segundo autor.

#### REFERÊNCIAS



- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2008). Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios. ABNT NBR 8800. Rio de Janeiro.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas (2013). Perfil I Estrutural de Aço Soldado por Arco Elétrico – Requisitos Gerais. ABNT NBR 5884. Rio de Janeiro.
- Cakiroglu, C., Islam, K., Bekdaş, G., Kim, S and Geem, Z. W (2021). CO2 emission optimization of concrete-filled steel tubular rectangular stub columns using metaheuristic algorithms. *Sustainability*, v. 13, n. 19.
- Fakury, R. H., Silva, A. L. R. de C. e Caldas, R. B (2016). Dimensionamento básico de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto. Pearson, São Paulo, SP, Brasil.
- Geem, Z. W., Kim, J. H. and Loganathan, G. V (2001). A new heuristic optimization algorithm: harmony search. *Simulation*, v. 2, n. 76, p. 60–68.
- Gupta, T. and Sharma, R. K. (2015). Steel concrete composite structures: state of art. *Int. J. of Latest Research in Science and Technology*, v. 4, n. 2, p. 149-153.
- Kaveh, A. and Abadi, S. M (2010). Cost optimization of a composite floor system using an improved harmony search algorithm. *J. of Const. Steel Research*, v. 66, n. 5, p. 664-669.
- Kaveh, A. and Ahangaran, M (2012). Discrete cost optimization of composite floor system using social harmony search model. *Applied Soft. Computing*, v.12, n.1, p. 372-381.
- Korouzhdeh, T. and Eskandari-Naddaf, H. (2018). Cost-safety optimization of steel-concrete composite beams using standardized formulation. *Eng. Sci. Tech., Int. J.*, v. 22, n. 2, p. 523-532.
- Mahdavi, M.; Fesanghary, M. and Damangir, E. (2007). An improved harmony search algorithm for solving optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, v. 188, n. 2, p.1567–1579.
- Pravia, Z. M. C., Ficanha, R. e Fabeane, R. (2013). Projeto e cálculo de estruturas de aço – Edifício Industrial. Elsevier, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Sousa Junior, J. B. M (2008). Cálculo de Vigas Mistas v. 1.0. Planilha eletrônica, Centro Brasileiro de Construção em Aço, Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto.
- Tormen, A. F., Pravia, Z. M. C, Ramires, F. B and Kripka, M. (2020). Optimization of steel-concrete composite beams considering cost and environmental impact. *Steel and Composite Structures*, v. 34, n. 3, p. 409-421.
- Zhang, T. and Geem, Z. W. (2019). Review of harmony search with respect to algorithm structure. *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 48, p. 31-43.