A INICIAÇÃO CIENTÍFICA E O ENSINO DE MATEMÁTICA: MODELOS EPIDÊMICOS APLICADOS À PANDEMIA DE COVID-19

da SILVA, Vinícius R.[1]; MENIN, Olavo H.[2]
[1]Estudante do Curso de bacharelado em Engenharia Elétrica – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus Sertãozinho; email:vinicius.rodrigues@aluno.ifsp.edu.br
[2]Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, campus Sertãozinho; email: olavohmenin@ifsp.edu.br.

PALAVRAS CHAVE: Ensino significativo; Modelo SIR; Simulação computacional

1. Introdução e Justificativa

Em seis meses, a pandemia da COVID-19 infectou mais de 12 milhões de pessoas deixando quase 600 mil mortes (WHO, 2020). Esse contexto, apesar de dramático, pode ser uma oportunidade para o ensino de matemática, conectando-a ao mundo real (DUNN; MARSHMAN, 2020). De fato, modelos epidêmicos têm se mostrado de extrema importância, auxiliando na definição de políticas públicas de combate à doenças infecciosas. (KEELING; ROHANI, 2008). Dentre eles, destacam-se os modelos compartimentais, regidos por equações diferenciais (BOYCE; DIPPRIMA, 1999). Grande parte dos modelos, no entanto, não admitem soluções analíticas, requerendo o uso de métodos numéricos (CHAPRA; CANALE, 2008).

Descrevemos, aqui, resultados preliminares de um projeto de Iniciação Científica (IC) envolvendo o estudo analítico e numérico de modelos epidêmicos compartimentais, especificamente o modelo SIR (suscetível-infecioso-recuperado) aplicado à atual pandemia. Além de resultados científicos, pretende fortalecer a integração entre ensino e pesquisa, tão fundamental para uma formação acadêmica sólida do estudante (PINHO, 2017).

2. Objetivos

O objetivo é apresentar os resultados preliminares de um projeto de IC sobre modelos epidêmicos compartimentais aplicados à atual pandemia de COVID-19, que envolveu:

- estudar analítica e numericamente o modelo SIR;
- obter os parâmetros do modelo a partir de dados reais;
- avaliar como a taxa de transmissão influencia na evolução da epidemia.

3. Metodologia

O projeto teve início em março de 2020 e está sendo executado de forma remota. Foram realizadas revisões bibliográficas sobre equações diferenciais e modelos epidêmicos, reuniões semanais e apresentação de seminários. Também foram desenvolvidos e implementados algoritmos e realizadas simulações computacionais.

4. Resultados e discussões

No modelo SIR (sem demografia), a população é dividia em três compartimentos, S (suscetível), I (infeccioso) e R (recuperado). Sendo S(t), I(t) e R(t) as frações da população em cada compartimentos, com $S(t) + I(t) + R(t) = 1$, o modelo é regido pelo sistema de equações diferenciais

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t), \quad (1)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t), \quad (2)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t). \quad (3)$$

onde β e γ são as taxas de transmissão e recuperação, respectivamente, sendo β proporcional ao número de contatos. A razão entre esses parâmetros é o número básico de reprodução, $R_0 = \beta/\gamma$.

Para as simulações, considerou-se γ = 0,2 dia^{-1}, que é o inverso do período infeccioso (obtido a partir de dados clínicos). Já β foi estimado a partir de dados da prevalência da doença nos estágios iniciais da epidemia, quando a fração de infectados $I(t)$ cresce de forma aproximadamente exponencial com o tempo t,

$$I(t) \approx exp[(\beta - \gamma)t]. \quad (4)$$

Aplicando logaritmo natural nos dados reais de prevalência e fazendo uma regressão linear (Figura 1), obtemos $\beta \approx$ 0,54 dia^{-1}.

Em seguida foi implementado um algoritmo baseado no método de Runge-Kutta para resolver numericamente o modelo SIR, e os resultados são mostrados na Fig. (2). Especificamente a Fig. (2-a) simula a redução do número de contatos (isolamento)

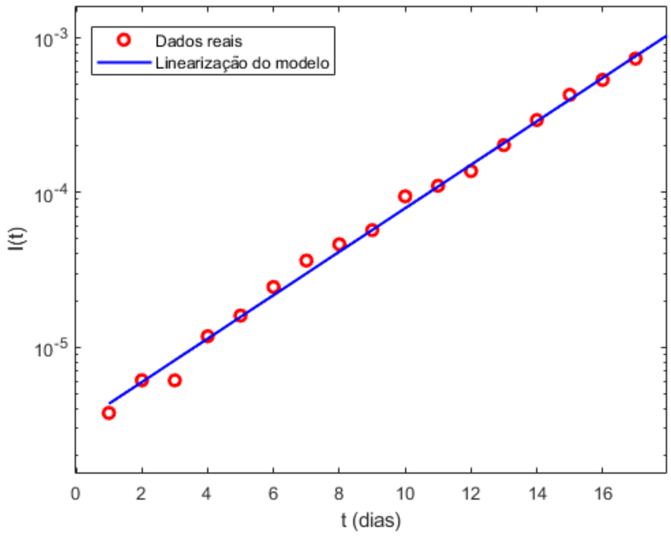
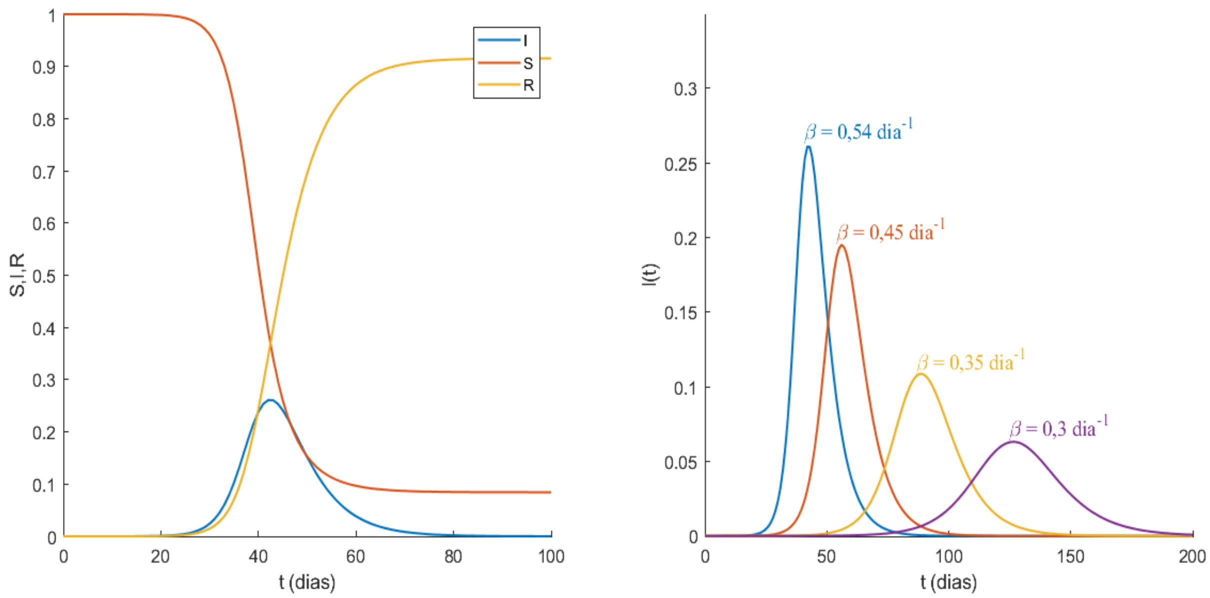


Figura 1: Regressão linear de dados reais de prevalência no Brasil no período entre 5/03/2020 e 23/03/2020.

5. Considerações finais

Os resultados mostraram que estudante se mostrou motivado, principalmente por tratar-se de um problema real e atual. Além disso, ele pôde compreender e solucionar uma regressão linear, resolver um sistema de equações diferenciais e ainda compreender melhor a dinâmica de uma epidemia.



(a) (b)

Figura 2: Simulação numérica do modelo SIR para $\gamma = 0,2$ dia^{-1} considerando (a) $\beta \approx 0,54$ dia^{-1} e (b) diferentes valores de $\beta \leq 0,54$ dia^{-1} (diferentes valores de R_0).

6. Referências

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno. LTC, 2015.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. Métodos numéricos para engenharia. McGraw-Hill, 2008.

DUNN, P. K.;MARSHMAN, M. F. Teaching mathematical modelling: a framework to support teachers' choice of resources. Teaching Mathematics and its Applications, 39, 127–144, 2020.

KEELING, M. J.; ROHANI, P. Modeling Infectious Diseases in Humans and Animals. Princeton University Press, Princeton, 2008.

PINHO, M. J. Ciência e ensino: contribuições da iniciação científica na educação superior. Revista da Avaliação da Educação Superior, 22, 658-675, 2017.

WHO (World Health Organization). Situation Report – 174, 12 July, 2020.