ESPIRÓGRAFO: MATEMÁTICA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

JUNQUEIRA, Douglas Frederico[1]; OLIVEIRA, Marina Mariano de[2]

[1] Egresso do curso de Licenciatura em Matemática – IFSP, campus São José dos Campos; e-mail: douglas.junqueira@aluno.ifsp.edu.br

[2] Docente do curso de Licenciatura em Matemática – IFSP, campus São José dos Campos; e-mail: marina.mariano@ifsp.edu.br

PALAVRAS CHAVE: Espirógrafo; Hipotrocoide; Material Manipulável; Modelagem Matemática.

1. Introdução e Justificativa

As hipotrocoides são roletas traçadas por um ponto fixo de um círculo que rola, sem deslizar, pelo interior de uma circunferência fixa de raio maior. Estas curvas podem ser geradas por um espirógrafo (Figura 1), ao se introduzir a ponta de uma caneta em um dos furos da engrenagem e girá-la por dentro do anel dentado, sem deslizar.

Figura 1: Dois tipos de espirógrafos.

Fazemos, aqui, um estudo desta família de curvas por meio de material manipulável, que, de acordo com Gazire & Rodrigues (2012, p. 188), pode tornar as aulas mais dinâmicas e compreensíveis, permitindo a aproximação da teoria da prática, o que é reforçado pela modelagem matemática, que, segundo Vertuan (2010, p. 2), consiste em partir de um fato real e criar uma expressão, em linguagem matemática, que sirva de parâmetro para descrição e compreensão da realidade.

2. Objetivos

Nosso objetivo é criar possibilidades que favoreçam o ensino e a aprendizagem de Análise Combinatória, Trigonometria e Geometria Analítica, por meio de um modelo que permita entender como o espirógrafo constrói as hipotrocoides.

3. Método

Por levantamento de bibliografia, obtivemos informações sobre as hipotrocoides e a história do espirógrafo. E, com conhecimentos de Trigonometria e Geometria Analítica, determinamos o modelo que as descreve, sendo suas equações paramétricas

$$\begin{cases} x(t) = (R-r)\cdot cos(t) + a\cdot cos\left(\dfrac{t\cdot(R-r)}{r}\right) \\ y(t) = (R-r)\cdot sen(t) - a\cdot sen\left(\dfrac{t\cdot(R-r)}{r}\right) \end{cases},$$

em que R é a medida do raio do anel, r é a do raio da engrenagem, a é a da distância do furo ao centro dela (mesma unidade) e $t \in \mathbb{R}$.

Com isso, surgiu a interrogação "Quantas hipotrocoides distintas são possíveis de se construir?", o que nos levou a discutir conceitos de Combinatória, constatando que a quantidade de figuras simples (sem composição) é calculada pelos princípios aditivo e multiplicativo: multiplica-se a quantidade de anéis distintos pela soma da quantidade de furos de cada engrenagem (a diferentes distâncias do respectivo centro – por sua disposição em formato espiral, garantimos diferentes r para um mesmo R).

4. Resultados e Discussões

Os passos desta investigação permitiram-nos criar atividades matemáticas, como, para o Fundamental, apresentar a história do espirógrafo, como conta Martins ([2013]), brincar livremente com o material, verificar a aparição das hipotrocoides na arte e resolver problemas de contagem (este, de acordo com São Paulo (2011, p. 63), a partir do 8º ano).

Para o Médio, as mesmas atividades, além de trabalhar as características básicas da espiral e, na 3ª série, demonstrar as equações, construir as curvas no GeoGebra (onde os valores dos parâmetros são facilmente alterados) e verificar sua aparição na criptografia geométrica.

5. Considerações finais

Tentando aliar teoria com prática, materiais manipuláveis podem ajudar nesta caminhada. Assim, o espirógrafo pode ser visto como boa ferramenta no ensino de Matemática, por proporcionar atividades que consolidam conhecimentos, envolvem reflexões e abstrações e mostram aplicabilidade.

Além disso, é possível prosseguir o estudo no Superior, como para responder à interrogação "Quando estas curvas se fecham?", já que isso nos leva a discussões sobre periodicidade de funções, que nos permitem não somente calcular o período da hipotrocoide, como também a quantidade de pétalas que a curva fechada tem.

6. Referências

GAZIRE, E. S.; RODRIGUES, F. C. **Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão**. Florianópolis: Revista Eletrônica de Educação Matemática, 2012.

MARTINS, R. **O espirógrafo**. Lisboa: Isto é matemática, [2013]. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=ieVefMuW2jA. Acesso em: 30 ago. 2019.

SÃO PAULO. **Currículo do estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias**. São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, 2011.

VERTUAN, R. **Modelagem matemática na Educação Básica**. Maringá: IV Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2010.